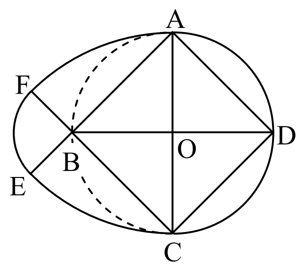
Questões de concordância

1 Fau 1996. Traçar três circunferências de raios diferentes, tangentes entre si.

2 Fau 1996. Concordar dois arcos, concordados entre si, com duas paralelas afastadas 7 centímetros, uma da outra.

Observação: Nestas duas questões as medidas dos raios das circunferências e dos arcos são arbitrárias.

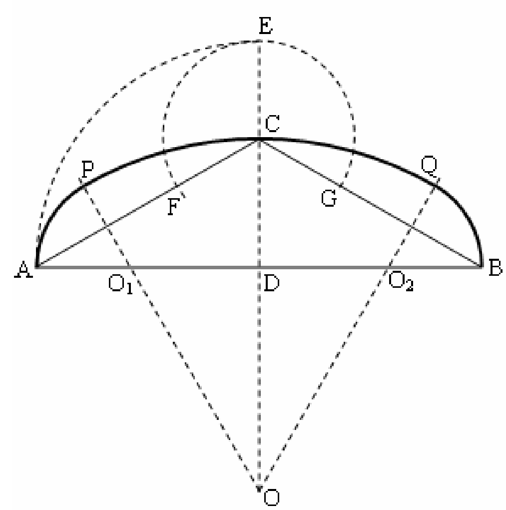
3 Fau 1997. A figura a seguir apresenta as linhas de construção de um óvulo de quatro centros. Esta oval irregular é resultado da concordância de quatro arcos de circunferência cujos centros são os pontos A, B, C e O, sendo o ponto O centro da circunferência inicial que circunscreve o quadrado ABCD.



Construir geometricamente um óvulo de quatro centros tendo a circunferência inicial 5 cm de raio.

4 Fau 1997. A figura ao lado apresenta as linhas de construção de um arco abatido de três centros com abertura ou vão AB e altura ou flecha CD. Trata-se de uma figura com simetria bilateral obtida através da concordância de três arcos de circunferência AP, PQ e QB cujos centros são os pontos O_1, O e O_2. As retas PO e QO são mediatrizes dos segmentos AF e BG respectivamente. Além disso, DA = DE = DB e CF = CE = CG.

Construir um arco abatido de três centros cuja abertura é igual a 14,0 cm e a flecha é igual a 4,0 cm.



5 Fau 1998. Construir um arco abatido de três centros sendo a abertura AB igual a 12,0 cm e a flecha CD igual a 4,0 cm.

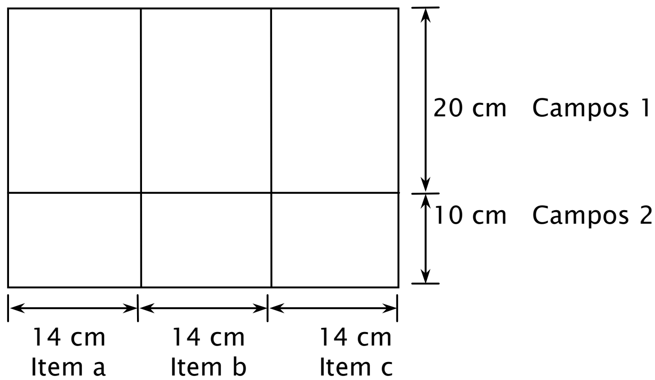
6 Fau 1998. Concordar duas retas paralelas distantes entre si de 5 cm com dois arcos de circunferência cujos raios sejam um o dobro do outro.

7 Fau 1999. Trace uma reta r e uma circunferência C de raio 2 cm cujo centro dista 4 cm de r. concorde C e r por meio de um arco de circunferência de raio 3 cm. Determine graficamente os pontos de concordância.

8 Fau 1999. Construa um ângulo de 75°. Inscreva neste ângulo duas circunferências tangentes entre si, sendo a menor de raio 1 cm.

9 Fau 2000. Construa duas circunferências C_1 e C_2 de centros O_1 e O_2, com $O_1O_2 = 6\,cm$ e raios $r_1 = 3\,cm$ e $r_2 = 2\,cm$, respectivamente. Assinale um ponto A sobre C_1 de modo que o ângulo $A\hat{O}_1O_2$ meça 30°. Concorde C_1 e C_2 por meio de um arco de circunferência, sendo A o ponto de concordância com C_1.

10 Fau 2001. Divida a folha de respostas conforme o diagrama a seguir:

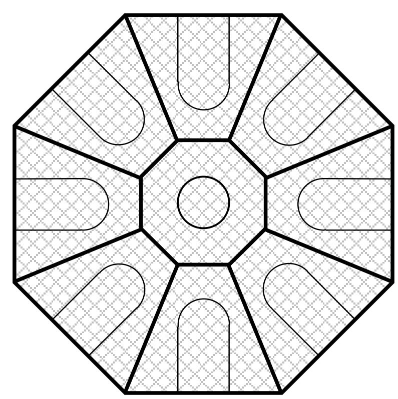


- Os três campos 1 são reservados às construções gráficas solicitadas.
- Os três campos 2 são reservados às descrições por escrito dos procedimentos utilizados para realizar as construções gráficas.

a) No espaço destinado a este item, construa um losango (quadrilátero com quatro lados iguais) ABCD, com lados $AB = BC = CD = DA = 5\,cm$, e com a diagonal BD medindo 5 cm.
b) No espaço destinado a este item, construa novamente o losango ABCD do item anterior e construa a circunferência que passa pelos pontos A e D e que é tangente à reta determinada por B e C.
c) No espaço destinado a este item, construa novamente o losango ABCD do primeiro item anterior e concorde duas semi-retas que passam por A e C e são paralelas à diagonal BD, por meio de dois arcos que concordam entre si no ponto D, sabendo que a reta suporto do segmento CD é tangente aos dois arcos.

11 Fau 2002. Os desenhos solicitados nos itens I e II devem ser construções feitas com régua e compasso. Além dos desenhos, você deverá descrever com palavras os processos necessários para realizá-los. Faça as descrições nos espaços delimitados junto ao pé da folha correspondente a cada item.

A “foto” ao lado é da cúpula de uma catedral. Nesta questão vamos considerar sua forma como sendo a de um tronco de pirâmide de bases octogonais com as seguintes características:



- O raio R da circunferência circunscrita ao octógono maior é o triplo do raio r da circunferência circunscrita ao octógono menor
- Cada uma das faces laterais trapezóides contém uma figura arqueada formada por dois segmentos paralelos que concordam com um arco semicircular e, cada uma destas figuras está centralizada em relação à bases do trapézio que a contém, tendo a distância entre os segmentos de reta o valor de um terço da base maior do trapézio, e a altura o valor de dois terços da altura do trapézio.

I. Considerando a vista superior da cúpula descrita acima, e $R = 9\,cm$, construa os dois octógonos concêntricos, as circunferências nas quais estão inscritos, e os raios dessas circunferências que passam pelos vértices dos octógonos.

A seguir, construa sobre um dos trapézios o contorno da figura arqueada e inscreva uma circunferência em um dos triângulos internos ao octógono menor.

II. Considere agora a cúpula com a forma de um tronco de pirâmide. Os trapézios de suas faces não são semelhantes aos trapézios do item I, já que uma vista superior pode deformar comprimentos e ângulos. Admitindo que os ângulos da base maior dos trapézios que são faces da cúpula meçam 75°, faça uma construção de uma das faces em escala, utilizando como base maior a mesma medida obtida no item I.

III. Considere um outro tronco de pirâmide obtido de uma pirâmide regular de base octogonal da qual foi retirada uma pirâmide semelhante de volume $18\sqrt{2}\,cm^3$.

Sabendo que as bases desse tronco são octógonos com as mesmas dimensões das bases dos itens anteriores, determine seu volume e sua altura. Resolva esse item no espaço a ele destinado, transcrevendo seus raciocínios e cálculos. Nesses cálculos, não utilize aproximações decimais para números irracionais como $\sqrt{2}$ e $\sqrt{3}$.

11 Fau 2003. As construções solicitadas nos três primeiros itens desta questão devem ser feitas com régua e compasso. Além dos desenhos, você deverá descrever, nos espaços destinados na folha de respostas, os passos necessários para realizá-los.

a) Trace três circunferências cujos raios medem 3 cm, 4 cm e 5 cm, e que sejam tangentes duas a duas externamente.

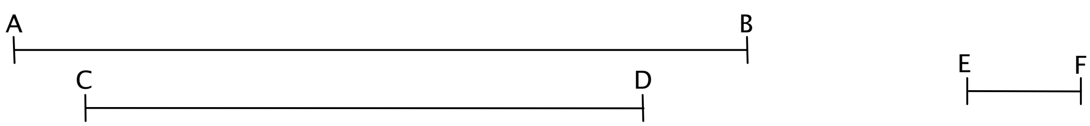
b) Construa o triângulo ABC cujos lados medem AB = 12 cm, BC = 7 cm e AC = 9 cm; e depois trace três circunferências com centros nos pontos A, B e C, respectivamente, e que sejam tangentes duas a duas externamente.

c) Construa novamente o triângulo ABC do item anterior e, com centros nos pontos A, B e C desenhe três circunferências δ_A, δ_B, δ_C, de mesmo raio r = 2 cm. Depois, trace uma circunferência que seja tangente às três circunferências δ_A, δ_B, δ_C.

d) Quantas soluções distintas o problema do item anterior admite? Desenhe à mão livre três destas soluções.

12 Fau 2005. As construções necessárias para resolver os problemas desta questão devem ser executadas com o uso de régua, compasso e esquadros.

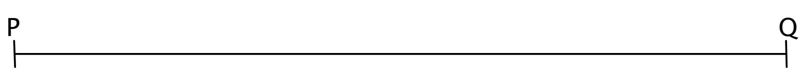
<u>Problema 1</u>: Desenhe um losango de lado medindo AB e uma diagonal medindo CD, e concorde cada para de lados adjacentes com arcos de circunferências de raios medindo EF, sendo dados os segmentos AB, CD e EF. Determine graficamente os centros das circunferências e os pontos de tangência. Em seus desenhos, mantenha todas as linhas de construção.



<u>Problema 2</u>: Desenhe uma figura semelhante à do problema anterior, com razão de semelhança igual a GH/IJ, sendo dados os segmentos GH e IJ. Determine graficamente as dimensões da nova figura. (O teorema de Tales e as regras de semelhança de triângulos podem ajuda-lo na resolução do problema)

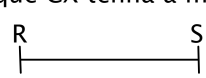
13 Fau 2006. Este é um problema de concordância baseado na cadeira Barcelona, projeto do arquiteto e designer alemão Mies van der Rohe, de 1929. Use régua compasso e esquadros para resolver os itens a seguir (mas não utilize a graduação da régua). Não apague as linhas de construção dos desenhos.

a) Construa um quadrado com os lados medindo o mesmo que PQ.

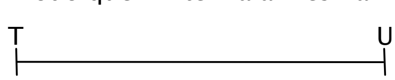


Nomeie os vértices A, B, C e D do quadrado, no sentido horário, sendo A o vértice superior esquerdo do quadrado.

b) Marque o ponto X no lado BC, de modo que CX tenha a mesma medida de RS.



c) Marque o ponto Y no lado AD, de modo que DY tenha a mesma medida de TU.



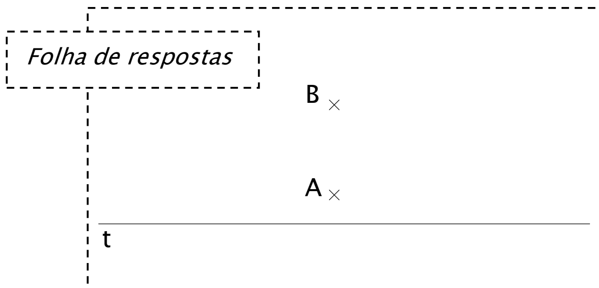
d) Desenhe no interior do quadrado, uma semi-circunferência, tendo BC como diâmetro.

e) Determine a circunferência que concorde com o segmento XY e com a semicircunferência desenhada no item anterior, que esteja abaixo da reta XY e cujo raio tenha a mesma medida de PQ. Determine também os pontos de concordância.

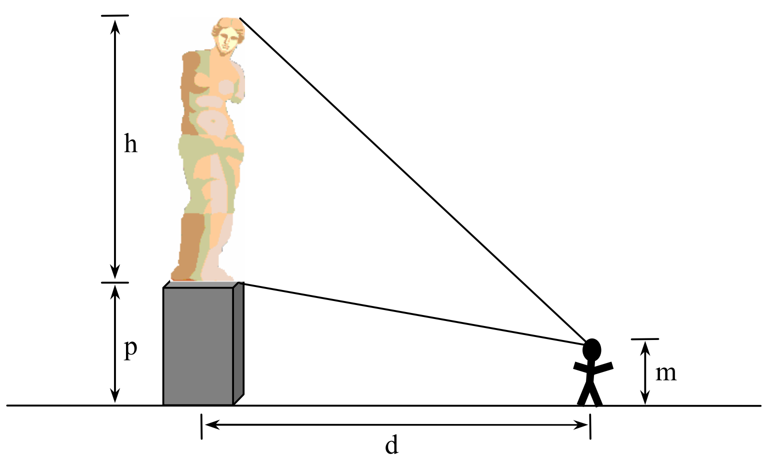
14 Fau 2007. Desenhe um circunferência de centro A e raio 3 cm e uma outra circunferência de centro B e raio 5 cm, com A e B distantes 1 cm entre si. Determine os centros e os pontos de tangência das circunferências de raio 4 cm que concordam com as duas circunferências de centros A e B.

15 Fau 2007. É muito comum que as estatuas fiquem expostas sobre pedestais cilíndricos ou em forma de paralelepípedos. No caso de estátuas muito grandes, a altura do pedestal e a distância entre o pedestal e o observador devem estar de acordo para que a estátua seja observada da melhor maneira. Esta questão aborda alguns dos problemas técnicos característicos de construções desse tipo.

a) Na folha de respostas está impressa uma reta t e também estão impressos dois pontos A e B tais que a reta que os contém é perpendicular à reta t. Trace, com régua e compasso, uma circunferência que passa por A e B e é tangente à reta t. quantas soluções este problema admite? Descreva os procedimentos utilizados em sua construção.

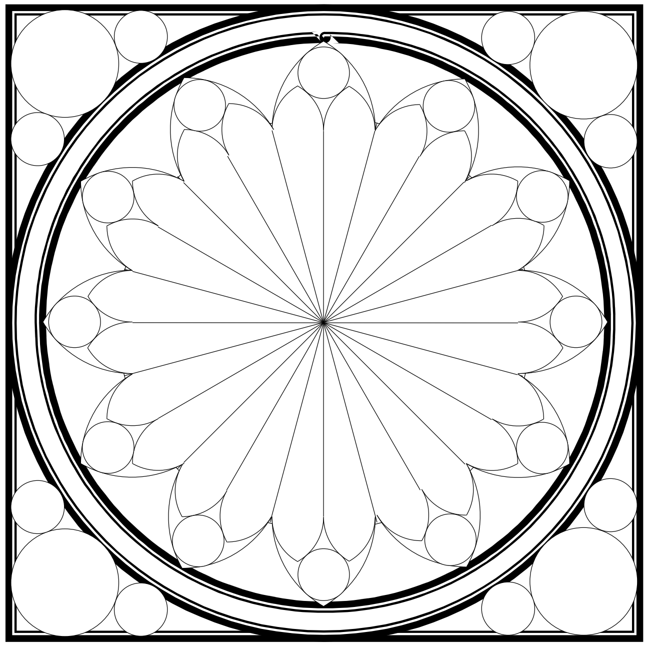


b) Uma estátua de altura h foi construída sobre um pedestal de altura p. um observador cujos olhos estão a uma altura m, $m < p$, enxerga do pé ao topo da estátua sob um ângulo α que varia de acordo com a distância d entre o observador e o centro da base do pedestal, como mostra a figura. Determine, com régua e compasso, a posição do observador de modo que o ângulo de visão α seja o maior possível. Considere, na folha de respostas, m = 1 cm. justifique sua resposta.



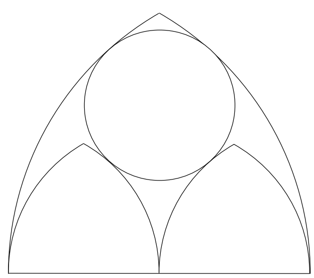
c) Em outubro de 1931 foi inaugurado no alto do morro do corcovado, Rio de Janeiro, a estátua do Cristo Redentor. Sabendo-se que seu pedestal mede 8 m e que um observador com 1,75 m de altura deve ficar a uma distância de 15 m do centro da base do pedestal para que seu ângulo de visão do Cristo Redentor seja o maior possível, estime a altura da estátua.

16 Fau 2008. A catedral de Notre-Dame em Strasbourg, França, é considerada um dos mais representativos exemplos da arquitetura gótica. A figura a seguir apresenta o esquema gráfico de uma de suas janelas e nesta questão serão abordados alguns dos detalhes dessa janela. Nos itens que se seguem, as construções solicitadas devem ser feitas com os instrumentos de desenho (régua, compasso e esquadro) e necessariamente acompanhadas de uma descrição e justificativa.



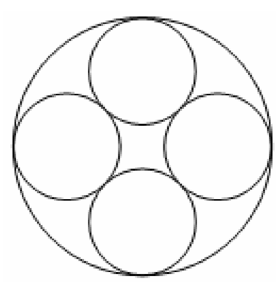
a) A região compreendida entre o quadrado e a circunferência nele inscrita contém quatro circunferências médias de mesmo raio, ema em cada canto do quadrado. Construa, na folha de respostas, um quadrado com 14 cm de lado, a circunferência nele inscrita e uma das circunferências médias. Calcule algebricamente, o valor exato do raio dessa circunferência média.

b) No interior da circunferência maior temos doze pétalas grandes e, em cada uma de suas pontas, está desenhado um diagrama baseado na seguinte configuração geométrica muito presente na arquitetura gótica:



Com exceção da base, cada lado dos triângulos curvilíneos dessa figura é formado por um arco de circunferência centrado no vértice de um triângulo equilátero e tendo como extremos os outros dois vértices. Construa, na folha de respostas, o triângulo curvilíneo maior a partir de um triângulo equilátero com lado medindo 10 cm. A seguir, construa os dois triângulos curvilíneos menores e a circunferência que é tangente internamente ao triângulo maior e externamente aos dois triângulos menores.

17 Fau 2009. A figura ao lado representa uma circunferência contendo em seu interior quatro circunferências de mesmo raio, tangentes à circunferência maior e às duas circunferências menores que lhe são adjacentes.



Pede-se que, na folha de respostas, desenhe uma circunferência de raio 10 cm (que será a circunferência maior) e desenhe as quatro circunferências menores como na figura (para isto, você deve construir com régua e compasso os centros e os pontos de tangência entre elas). Deixe as construções aparentes e descreva em palavras seu método.

18 Fau 2010. O arco, além de ser um dos principais elementos da expressão arquitetônica, constitui um marco no desenvolvimento das tecnologias da construção.

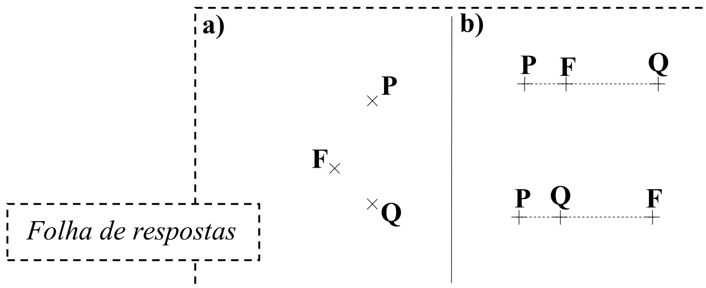
Nesta questão é abordado um caso específico de arco denominado parábola. Uma possível definição desta curva é dada a seguir:

Num plano consideramos uma reta d e um ponto F, F não pertencente à reta d. Geometricamente, a parábola de foco F e diretriz d é o conjunto dos centros das circunferências que passam por F e são tangentes à reta d.

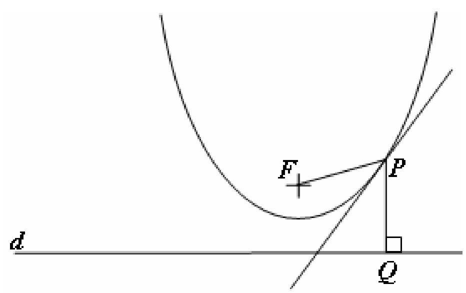
Esses dois elementos, o foco e a diretriz, caracterizam completamente a parábola e, nesse sentido, alguns de seus pontos podem ser determinados com régua e compasso a partir de alguns dados.

a) Na folha de respostas estão assinalados três pontos não colineares F, P e Q. Sabendo-se que P e Q são pontos pertencentes a uma parábola de foco F, trace com régua e compasso a diretriz dessa parábola. Descreva os procedimentos geométricos utilizados em sua construção e no caso de traçado de tangentes a uma circunferência determine os pontos de tangência. Quantas soluções este problema possui? Justifique sua resposta.

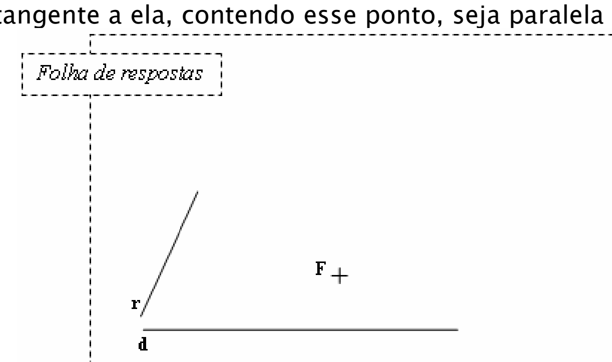
b) Se os três pontos estiverem alinhados como nos dois casos indicados na sua folha de respostas (P–F–Q e P–Q–F), o problema ainda tem solução? Quantas? Em caso afirmativo, desenhe as retas.



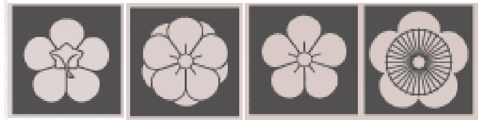
19 Fau 2011. Lembramos que uma parábola é o conjunto dos pontos P do plano que são eqüidistantes de um ponto F (o foco) e uma reta d (a diretriz). Se Q for o ponto da reta d, tal que o segmento PQ é perpendicular à d, então a bissetriz do ângulo FPQ é a reta tangente à parábola naquele ponto P.



Na folha de respostas estão desenhados o foco F, a diretriz d e uma reta r. Você deve determinar o ponto P da parábola, tal que a reta tangente a ela, contendo esse ponto, seja paralela à reta r.

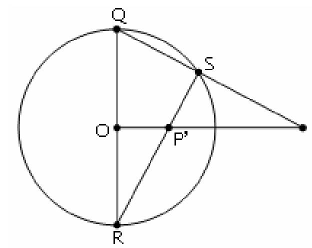


20 Fau 2011. Os tecidos de trajes tradicionais japoneses são estampados com os brasões familiares, em geral, construídos com formas geométricas. Alguns desses brasões baseiam-se em uma figura estilizada de flor com cinco pétalas, como pode ser observado nos exemplos a seguir:

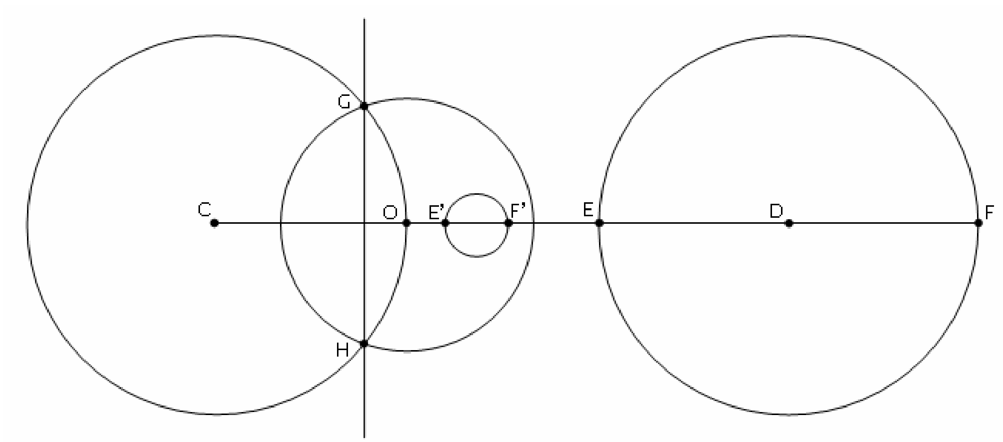


Você deverá traçar com instrumentos de desenho na folha de respostas a estrutura básica do padrão, que é uma circunferência de raio 5 cm, na qual você deverá determinar os cinco vértices de um pentágono regular inscrito (que são os pontos de tangência dos arcos de circunferência que formarão a pétalas); a seguir, determine os cinco pontos no exterior da circunferência que serão os centros dos arcos de circunferência que formarão as pétalas, e que se tangenciam naqueles vértices do pentágono inscrito. Descreva em palavras, como obteve esses centros.

21 Fau 2012. A inversão de um ponto P em relação a uma circunferência de centro O é o ponto P' obtido da seguinte maneira: traça-se o segmento OP, traça-se o diâmetro QR perpendicular a OP; a semi-reta QP partindo de Q encontra a circunferência no ponto S; a semi-reta RS partindo de R encontra a reta OP no ponto P' desejado. Observe que esta construção começando com o ponto P' ao invés de P produz de volta o ponto P.

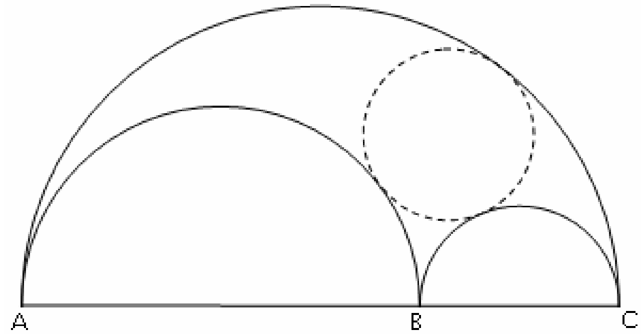


Sabe-se que a inversão de uma circunferência que não contem o ponto O é uma outra circunferência, mas a inversão de uma circunferência que contém o ponto O é uma reta (e vice-versa: a inversão de uma reta é uma circunferência contendo o ponto O). Essa é uma ferramenta muito útil para resolver problemas de concordância.



Pede-se: Desenha as semicircunferências de diâmetro AB, medindo 8 cm; AC, medindo 12 cm; e BC, medindo 4 cm, todas do mesmo lado do segmento AC. A seguir, obtenha a circunferência tangente a essas três semicircunferências. Determinando os pontos de tangência. Mantenha as linhas de construção visíveis.

Sugestão: transforme esse problema em um mais fácil, usando inversão pela circunferência de centro A e raio AB. Cuidado: a figura abaixo foi feita fora de escala.



22 Fau 2013. Esta questão foi inspirada no cartaz (figura 1) do arquiteto e designer suíço Max Bill para a exposição de arte concreta de 1944, na Basiléia.

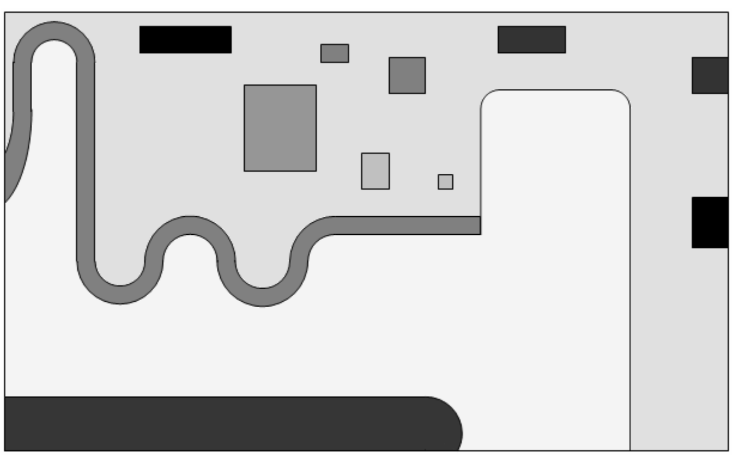
Importante: Na realização da questão, mantenha todas as linhas de construção visíveis (elas são importantes no processo de avaliação).
Desenhe três arcos de circunferência inseridos em um retângulo. Para isso, siga as seguintes instruções.

1. Concordar três arcos de circunferências, uma de raio 12 cm (na parte superior da figura), uma de raio 6 cm (na parte inferior) e uma de raio 2 cm (à esquerda).

2. a seguir, para desenhar o retângulo que delimita a figura, o vértice superior à direita é o centro da circunferência de raio 12 cm. considere o vértice inferior à direita como sendo o ponto de tangência da circunferência de raio 6 cm com a reta que passa pelo vértice superior à direita.

3. O terceiro vértice é o ponto da circunferência de raio 6 cm, diametralmente oposto àquele ponto de tangência, e o quarto vértice será determinado por esses três.
O desenho não ficará exatamente igual ao da figura, devido a pequenas alterações nas medidas dos raios. A figura não está em escala.

23 Fau 2014. A ilustração abaixo representa um detalhe do mural que está no Hospital Souza Aguiar no rio de Janeiro (ver fotos), desenhado por Burle Marx. Você deverá desenhá-lo na folha de respostas **na razão de três para um** (em relação à foto), seguindo as instruções a seguir:
1. Desenhe apenas os contornos das figuras que compõem o mural (não desenhe as pedras).
2. Respeite as proporções entre as dimensões das figuras.
3. Nas partes em que há concordância de segmentos com circunferências, ou entre circunferências, indique os seus centros e os pontos de tangência (concordância).



24 Fau 2015. Construa na folha de respostas, com régua e compasso, um pentágono regular de lado medindo 10 centímetros. Inscrever neste pentágono uma estrela de cinco pontas. Concorde cada par de arestas adjacentes da estrela, que formem um ângulo obtuso entre si, com um arco de circunferência de raio de 1 centímetro. Indique a construção dos centos e dos pontos de tangência desses arcos. Deixe bem visíveis todas as linhas de construção, pois serão avaliadas.