



Arcos de circunferência

No estudo da geometria euclidiana, circunferência e círculo não são nomes da mesma figura.

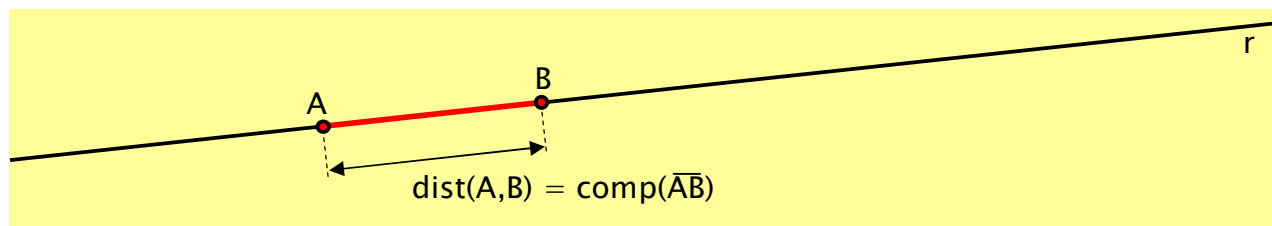
Circunferências são figuras formadas pelos pontos de um plano que distam uma distância fixa de um ponto também fixo do mesmo plano, e os **círculos** são formados pela reunião dos pontos de uma circunferência com os pontos do interior dessa circunferência.

Sendo assim, toda circunferência possui um comprimento determinado, e todo círculo possui uma área.

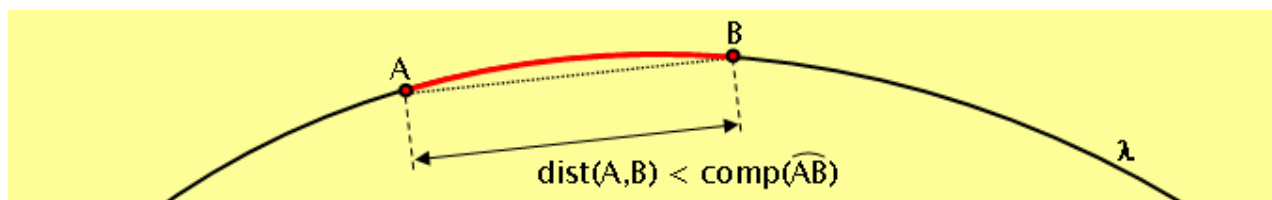
- O comprimento de uma circunferência de raio r é dado pela expressão $2\pi r$.
- A área de um círculo de raio r é dada pela expressão πr^2 .

Comparando-se os conceitos de reta e circunferência percebe-se que a reta é infinita, ao passo que a circunferência tem comprimento mensurável, assim como os trechos de reta determinados por dois de seus pontos.

Esses trechos de reta são denominados segmentos de reta e seu comprimento coincide com a distância entre os pontos determinam as extremidades do segmento.



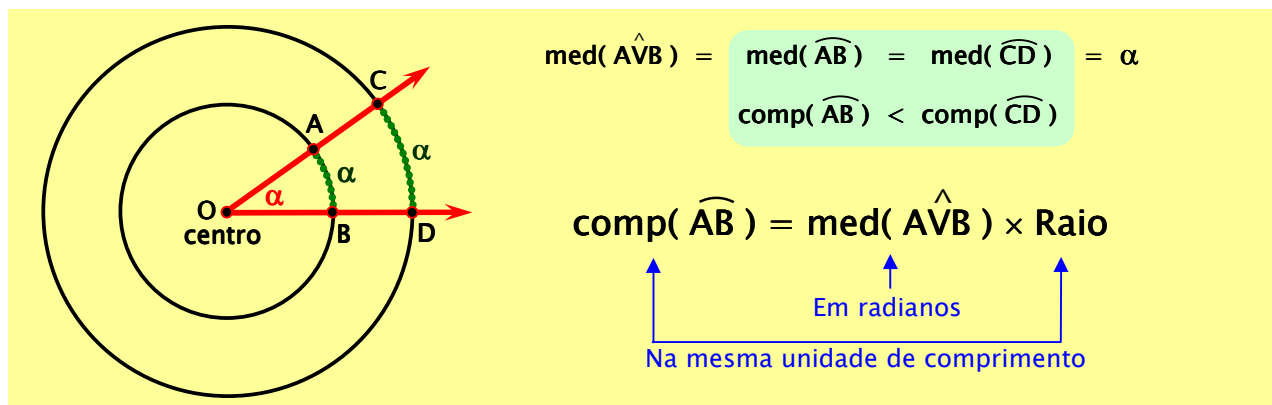
Os trechos de circunferência determinados por dois de seus pontos são denominados arcos de circunferência, mas o comprimento de um arco de circunferência não coincide com a distância entre os pontos que determinam suas extremidades.

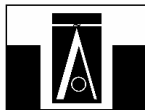


Outra sutil diferença que pode ser observada comparando-se trechos de retas e de circunferências é relativa aos significados dos termos: comprimento e medida.

No caso dos segmentos de reta, os termos comprimento e medida têm o mesmo significado, ou seja, se um segmento de reta tem 5 m de comprimento, por exemplo, então é correto afirmar que tal segmento mede 5 m. Mas no caso dos arcos de circunferência, os termos comprimento e medida têm significados diferentes, a começar pelas unidades usadas para designá-los: o comprimento de um arco pode ser expresso em metros ou polegadas, mas suas medidas devem ser expressas em graus ou radianos.

Assim, existem arcos com o mesmo comprimento que possuem medidas diferentes, bem como existem arcos de mesma medida que possuem comprimentos diferentes.





A medida de um arco de circunferência não depende do comprimento do raio da circunferência que o contém, mas o comprimento do arco depende do comprimento desse raio.

Seja ℓ o comprimento de um arco de circunferência,
 r a medida do raio da circunferência que o contém e
 α a medida do ângulo central da circunferência que determina esse arco.

Temos que $\left\{ \begin{array}{l} \text{(I) O valor de } \ell \text{ é diretamente proporcional ao valor de } \alpha. \\ \text{(II) O valor de } \ell \text{ é diretamente proporcional ao valor de } r. \end{array} \right.$

Portanto, existe uma constante de proporcionalidade k , tal que: $\ell = k \cdot \alpha \cdot r$.

- Se ℓ e r tiverem mesma unidade de comprimento e α for expresso em graus, então: $k = \pi/180^\circ$ e:

$$\ell = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot \alpha \cdot r$$

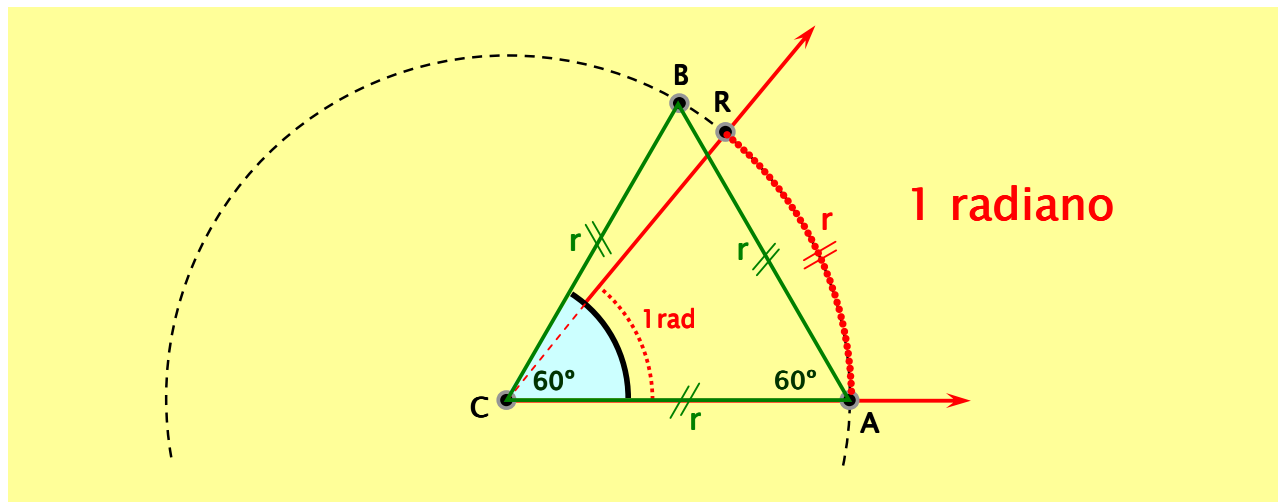
- Mas se α for expresso em radianos, então $k = 1$ e:

$$\ell = \alpha \cdot r$$

Quem é maior, o grau ou o radiano?

Um arco de circunferência cujo comprimento é exatamente igual ao do raio da circunferência mede um radiano, e um radiano equivale a pouco menos do que $57^\circ 17' 45''$.

Observe na figura a seguir, um triângulo equilátero ABC de lado r e os arcos AB e AR da circunferência de centro C:



O menor arco AB dessa circunferência possui 60° , pois o triângulo ABC é equilátero, e o comprimento desse arco AB é maior que o comprimento do raio da circunferência.

Seja assim, nesse arco AB existe um ponto R, tal que o arco AR tenha comprimento igual ao do raio da circunferência. É como se o ponto R fosse obtido entortando-se o lado AB do triângulo equilátero.

Esse arco AR determina nessa circunferência um ângulo central ACR de aproximadamente $57^\circ 17' 45''$, que é tomado como a unidade de medida de ângulos conhecida como **radiano**.

Assim, o número de radianos de um ângulo pode ser interpretado como sendo a quantidade de vezes que o comprimento do raio de uma circunferência com centro no vértice desse ângulo cabe no menor arco da circunferência que esse ângulo determina.

A unidade radiano é adimensional e pode ser omitida. Isso pode ser observado na expressão $\ell = \alpha \cdot r$, quando ℓ e r estão expressos em uma mesma unidade de comprimento como metros por exemplo:

$$\alpha \text{ (em radianos)} = \frac{\ell \text{ (em metros)}}{r \text{ (em metros)}}$$