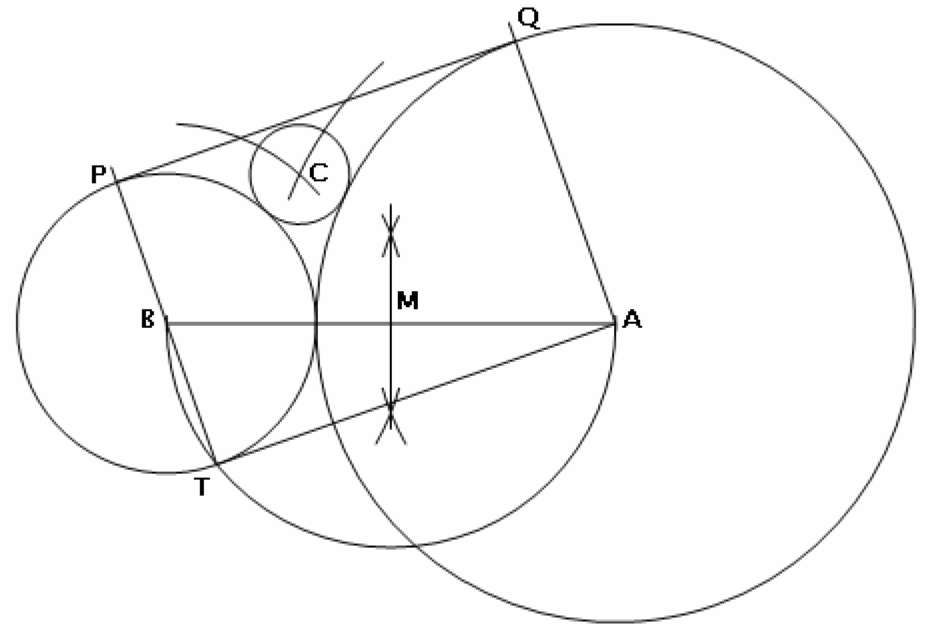
FAU 2013 – Prova de geometria e funções   Prof. Renato Tião

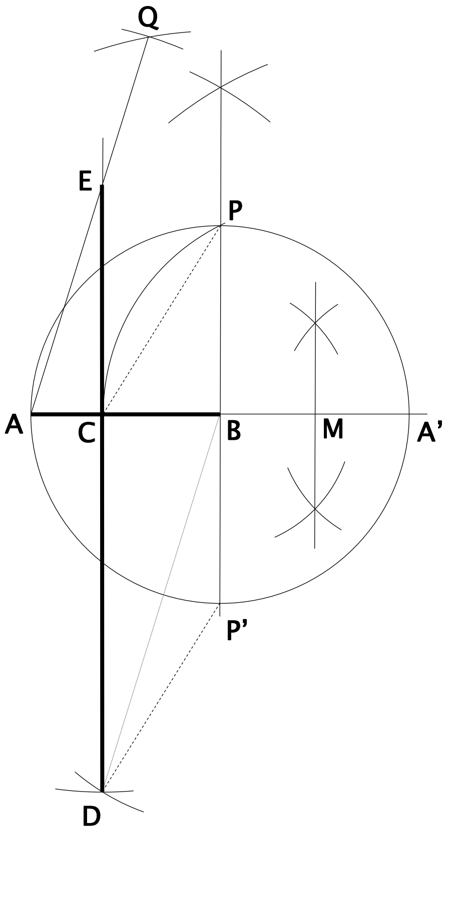
Questão 1 (Parte A)

Como as medidas em centímetros dos raios das circunferências concordantes valem 12, 6 e 2, temos que seus centros são vértices de um triângulo cujos lados medem 12+6 = 18, 12+2 = 14 e 6+2 = 8 centímetros. Então, sendo A, B e C os respectivos centros dessas circunferências, uma possível solução para o problema é:

1- Construir um segmento AB com 18 cm de comprimento.
2- Obter o ponto C numa intersecção da circunferência de centro A e raio 14 cm com as circunferências de centro B e raio 8 cm.
3- Construir as circunferências de centros A, B e C cujos raios medem respectivamente 12 cm, 6 cm e 2 cm.
4- Traçar a mediatriz do segmento AB obtendo seu ponto médio M.
5- Traçar a semicircunferência de centro M e diâmetro AB obtendo o ponto T na circunferência de centro B.
6- Traçar a semirreta TB obtendo o ponto P na circunferência de centro B.
7- Traçar pelo ponto a uma reta paralela ao segmento TP obtendo o ponto Q na circunferência de centro A.
8- Finalmente, traçar o segmento PQ.

A figura abaixo representa a solução descrita numa escala de 1 para 3.





(Parte B)

Como o segmento AB mede a metade do segmento CD, temos que AB = 2,5cm, e como as razões AB/BC e DE/CD são iguais temos que as retas AE e BD são paralelas. Sendo assim, uma possível solução para a questão é:

1- Construir um segmento AB com 2,5 cm de comprimento.
2- Obter o ponto C de modo que BC seja segmento áureo de AB. Isso pode ser feito construindo-se a circunferência de centro B que passa por A, traçar os diâmetros AA' e PP' perpendiculares entre si; obter o ponto médio M do raio BA', e traçar um arco de circunferência com centro em M e raio MP obtendo o ponto C sobre o segmento AB.
3- O ponto D, vértice do paralelogramo DCPP', pode ser obtido na intersecção de arcos de duas circunferências: uma de centro C e raio congruente ao segmento PP', que mede 5 cm, e outra de centro P' e raio congruente ao segmento PC.
4- O ponto Q, vértice do paralelogramo ADBQ, também pode ser obtido na intersecção de arcos de duas circunferências: uma de centro B e raio congruente ao segmento DA, e outra de centro A e raio congruente ao segmento DB.
5- Finalmente, o ponto E fica determinado pela intersecção da semirreta DC com o segmento AQ (paralelo ao segmento DB).

A figura ao lado representa a solução descrita em tamanho real.

Questão 2

Como o enunciado não informa as dimensões do triângulo equilátero inicial, pode-se partir da construção de um segmento AB de medida arbitrária e traçar as circunferências de raio AB cujos centros são os pontos A e B, para obter o vértice C do triângulo equilátero ABC.
Um dos eixos de simetria da figura é a reta $\mathbf{e_1}$ perpendicular ao segmento AB que passa pelo ponto C e determina o ponto médio A_1. (Trata-se da mediatriz do segmento AB)
Traçando-se, pelo ponto A_1, retas paralelas aos segmentos AC e BC, são obtidos os pontos médios B_1 e C_1 desses lados. Os dois outros eixos de simetria $\mathbf{e_2}$ e $\mathbf{e_3}$ da figura são as retas AB_1 e BC_1.
Os lados do triângulo equilátero $A_1B_1C_1$ determinam os pontos M, N e P sobre os eixos de simetria.
Os prolongamentos do segmento MN determinam os pontos M_1 e N_1 sobre os segmentos BC e AB.
Os prolongamentos do segmento MP determinam os pontos M_2 e P_1 sobre os segmentos AC e AB.
Os prolongamentos do segmento NP determinam os pontos N_2 e P_2 sobre os segmentos AC e BC.
Note que os segmentos PN, PM e MN não precisam ser traçados, apenas seus prolongamentos.
Os segmentos M_1M_2, N_1N_2 e P_1P_2 determinam respectivamente os pontos R, S e T sobre os eixos de simetria.
Terçando-se os segmentos contidos na reta RS que são interiores aos triângulos AN_1N_2, N_2NC_1, C_1MM_1 e M_2M_1C, bem como os segmentos contidos na reta RT que são interiores aos triângulos CM_2M_1, M_1MB_1, B_1PP_2 e P_2P_1B, além dos os segmentos contidos na reta ST que são interiores aos triângulos AN_2N_1, N_1NA_1, A_1PP_1 e P_1P_2B, determinam os vértices dos triângulos equiláteros da terceira divisão do triângulo de Sierpinski.
A figura a seguir apresenta a solução descrita.