

IA Do Filippo

Simulado de geometria e funções 2012 – Professor Renato Tião

Questão 1

O problema a seguir foi inspirado em um exercício do livro *Polynomials*, de E. J. Barbeau e enunciado pelo professor José Paulo Q. Carneiro:

Dois piratas decidem enterrar um tesouro em uma ilha. Escolhem como pontos de referência, uma árvore e duas pedras. Começando na árvore, medem o número de passos até a primeira pedra. Em seguida, dobram, segundo um ângulo de 90° , à direita e caminham o mesmo número de passos até alcançar um ponto, onde fazem uma marca. Voltam à árvore, medem o número de passos desde a árvore até a segunda pedra, dobram à esquerda, segundo um ângulo de 90° , e caminham o mesmo número de passos até alcançar um ponto, onde fazem outra marca. Finalmente, enterram o tesouro exatamente no ponto médio entre as duas marcas.

Anos mais tarde, os dois piratas voltam à ilha e decidem desenterrar o tesouro, mas, para sua decepção, constatarem que a árvore não existe mais (o vento, a chuva e os depredadores a haviam arrancado). Então um dos piratas decide arriscar. Escolhe ao acaso um ponto da ilha e diz: "Vamos imaginar que a árvore estivesse aqui." Repete então os mesmos procedimentos de quando havia enterrado o tesouro: conta os passos até a primeira pedra, dobra à direita, etc., e encontra o tesouro.

Considere que num sistema cartesiano de coordenadas, as pedras estejam situadas nos pontos $(0,5)$ e $(8,0)$. Determine graficamente os possíveis pontos em que o tesouro pode ter sido enterrado, e encontre as coordenadas desses pontos.

Questão 2

Construir dois quadrados ABCD e BEFG, com E sobre o prolongamento do lado AB e G sobre o lado BC do primeiro quadrado, de modo que as semirretas AG, DC e EF interceptem-se num mesmo ponto. Adote a medida de 8 cm para o lado do quadrado ABCD. Justifique os procedimentos usados em sua construção.

Questão 3

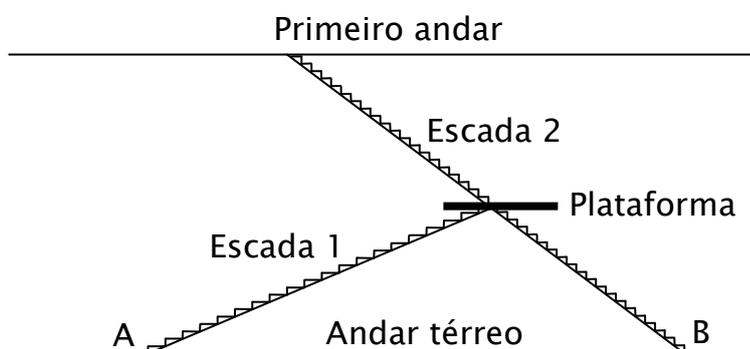
Represente, num plano cartesiano, o polígono T formado por todos os pontos (x,y) que satisfazem relação $2 \leq x \leq 2y \leq 6$.

Esboce, à mão livre e em perspectiva, os dois sólidos S_x e S_y que são respectivamente obtidos por revoluções completas do polígono T em torno do eixo das abscissas e do eixo das ordenadas. Incorpore a sensação de profundidade em seus desenhos usando técnicas de luz e sombra.

Determine os volumes dos sólidos S_x e S_y , sabendo que o volume de um sólido de revolução é dado pela expressão de Pappus-Guldin: $V = \theta \cdot d \cdot S$, em que θ é o ângulo de revolução em radianos, d é a distância entre o baricentro do polígono T ao eixo de revolução, e S é a área desse polígono.

Questão 4

A figura a seguir apresenta o esquema, fora de escala, de duas escadas rolantes que deverão ser construídas em um Shopping Center.



O projeto prevê que a distância entre os pés das escadas 1 e 2, representadas pelos pontos A e B, deverá ser de 20 m, e que a escada 1 leve até o ponto médio da escada 2 onde será construída uma plataforma para que os usuários possam mudar de escada. Sabendo que o pé-direito do andar térreo desse Shopping tem 8 m de altura, e que a escada 1 deverá ter 14 m de comprimento, desenhe, usando somente régua e compasso, uma figura que represente o esquema dessas escadas rolantes numa escala de 1:200.

Descreva em palavras o roteiro de sua construção, numa folha diferente da que você usou para a construção.