1. Resolver as seguintes equações algébricas:

a) $x + 3 = 5$ **b)** $x - 3 = 5$ **c)** $3 - x = 5$ **d)** $3 \cdot x = 5$ **e)** $x \div 3 = 5$ **f)** $3 \div x = 5$

g) $x^3 = 5$ **h)** $\sqrt[3]{x} = 5$ **i)** $\sqrt[x]{3} = 5$ **j)** $3^x = 5$ **k)** $\log_3 x = 5$ **l)** $\log_x 3 = 5$

2 GV. Simplifique a expressão $\frac{2}{3} \cdot 8^{\frac{2}{3}} - \frac{2}{3} \cdot 8^{-\frac{2}{3}}$.

3. Calcule os valores dos seguintes logaritmos:

a) $\log_3 243$ **b)** $\log_2 0{,}125$ **c)** $\log_5 25\sqrt{5}$ **d)** $\log_7 1$

4. Se **x**, **y**, **a** e **b** são números reais positivos tais que $\sqrt{a+\sqrt{b}} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$ então estes números satisfazem sistema $\begin{cases} x + y = a \\ 4xy = b \end{cases}$. Sabendo que 1,414 é um valor muito próximo de $\sqrt{2}$, calcule com três casas decimais o valor aproximado de $\sqrt{3+\sqrt{8}}$.

5. Para todo n inteiro positivo, indicamos por n! o produto de todos os números inteiros positivos que são menores ou iguais a n. Sendo assim calcule:

a) $2+3!$

b) $5!+6!+7!$

c) $(3!+1)!$

d) $2\cdot 3!$

e) $2!\cdot 3$

f) $2!\cdot 3!$

g) $(2\cdot 3)!$

h) $2!^3$

i) $2^3!$

j) $2^{3!}$

k) $\dfrac{21!}{19!}$

l) $\dfrac{10!}{6!}$

m) $\dfrac{7!}{3!\cdot 4!}$

n) mmc(24!, 56!)

o) mdc(24!, 56!)

p) $\dfrac{1}{9!}+\dfrac{1}{8!}$

q) $10! + 8!$

6. Usando quatro algarismos 4 e os operadores básicos de adição, subtração, multiplicação e divisão, podemos escrever diversos números inteiros. Veja:

$1 = 4- 4+4\div 4$ $\quad 2 = 4\div 4+4\div 4$ $\quad 3 = (4+4+4)\div 4$ $\quad 4 = 4\cdot(4-4)+4$ $\quad 5 = (4\cdot 4+4)\div 4$

$6 = (4+4)\div 4+4$ $\quad 7 = 4+4-(4\div 4)$ $\quad 8 = 4+4+4-4$ $\quad 9 = 4+4+(4\div 4)$ $\quad 10 = (44-4)\div 4$

a) Escreva outros cinco números naturais usando este sistema: 15, 16, 17, 36 e 60.

b) Acrescente o operador fatorial aos símbolos disponíveis e escreva os números: 20, 26 e 13.

c) Acrescente o operador da raiz quadrada aos símbolos disponíveis e reescreva os números do item b sem usar o símbolo fatorial.

7. Se os números A, B, C e D são todos positivos, então a relação algébrica $A = B\cdot(1+C)^D$, que expressa o valor de A em função dos valores de B, C e D, tem todas as suas condições de existência satisfeitas. Reescreva esta relação de forma que:

a) B fique expresso em função de A, C e D.

b) C fique expresso em função de A, B e D.

c) D fique expresso em função de A, B e C.

8. Isolar cada uma das variáveis nas sentenças a seguir, considerando satisfeitas todas as possíveis condições de existência:

a) $P\cdot V = n\cdot R\cdot T$

b) $S = S_0 + v\cdot t$

c) $\dfrac{C}{5}=\dfrac{32-F}{9}$

d) $D=10\cdot\log\left(\dfrac{I}{I_0}\right)$

9. Sendo a e b dois números reais positivos e n um número natural maior que 1, simplifique as seguintes expressões:

a) $\left(\sqrt[3]{\sqrt{5ab}}\right)^2 \cdot \sqrt[3]{25a^2b^2}$

b) $\sqrt{\dfrac{a\sqrt{b}}{\sqrt[3]{ab}}} \cdot \sqrt[4]{b}$

c) $\sqrt[n-1]{\dfrac{a}{\sqrt[n]{a}}}$

10. O volume da esfera é expresso por $\dfrac{4\pi R^3}{3}$ em que R é a medida de seu raio. Determine, em centímetros, a medida do raio da esfera de volume igual $\dfrac{\pi\sqrt{3}}{2}$ litros.

11. Os valores aproximados dos logaritmos decimais dos números inteiros 3, 5 e 7 são respectivamente 48 centésimos, 7 décimos e 85 centésimos. Calcule os valores aproximados de:

a) log 35

b) log 1,4

c) log 49

d) log 125

e) log 2

f) $\log_2 125$

g) log 12

h) log 1,5

i) log 9

j) log 6!

12. Calcule o valor das seguintes expressões:

a) $\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \log_5 6 \cdot \log_6 7 \cdot \log_7 8$

b) $\log_2 1024 + \log_4 1024 + \log_{16} 1024 + \log_{32} 1024$

c) $\log_{120} 4 + \log_{120} 9 + \log_{120} 16 + \log_{120} 25$

d) $\log_5(\log_4(\log_3(\log_2 2 \cdot 4^{40})))$

e) $\log_3 2 - \log_9 4 + \log_{27} 8 - \log_{81} 16$

f) $2^{\log 8} - 8^{\log 2} + 5^{\log 7} - 7^{\log 5}$

Testes

1. Assinale a alternativa que apresenta resultado diferente das demais.

A) 4 + 4 – 4 + 4 + 4 – 4
B) 4 + (4 – 4) + (4 + 4) – 4
C) (4 + 4) – 4 + (4 + 4) – 4
D) (4 + 4) – (4 + 4) + (4 – 4)
E) 4 + (4 – 4) + 4 + (4 – 4)

2. A respeito das propriedades das operações aritméticas usuais, assinale a alternativa falsa.

A) A adição é uma operação associativa
B) A multiplicação é uma operação associativa
C) A multiplicação é uma operação comutativa
D) A potenciação é uma operação associativa
E) A potenciação não é uma operação comutativa.

3. Seja # um operador aritmético de números naturais definido por $x\#y = 10^n \cdot x + y$, em que n indica o número de algarismos de y. Considere as três afirmações sobre a operação #, e assinale a alternativa correta.

I. # é um operador comutativo.
II. # é um operador associativo.
III. # é distributivo em relação à adição.

A) Todas são verdadeiras
B) Todas são falsas
C) Apenas a III é verdadeira
D) Apenas a I é falsa
E) Apenas a II é verdadeira

4. Calculando $5^3 \cdot 2^3 + 2^{3^2} - (2^3)^2$, obtemos

A) 1576
B) 1448
C) 1000
D) 552
E) 424

5 Fuvest. Se $4^{16} \times 5^{25} = \alpha \times 10^n$, com $1 < \alpha < 10$ e n natural, então n é igual a:

A) 24
B) 25
C) 26
D)27
E)28

6. Sendo m um número inteiro positivo, assinale a alternativa falsa.

A) $\sqrt{m^2+9} = m+3$

B) $\sqrt[3]{\sqrt{m}} = \sqrt{\sqrt[3]{m}}$

C) $\sqrt[m]{6} = \sqrt[m]{2} \cdot \sqrt[m]{3}$

D) $\sqrt{m^{1/m}} = \sqrt[2 \cdot m]{m}$

E) Existe m tal que $\sqrt[m]{m} = \sqrt[m^2]{m^2}$

7. Assinale a alternativa que apresenta o valor mais próximo da raiz quadrada de $4^8 + 8^4$.

A) 80
B) 250
C) 800
D) 1250
E) 8000

8 Fuvest. Simplificando $\sqrt[3]{\dfrac{2^{28}+2^{30}}{10}}$, obtemos:

A) $\dfrac{2^8}{5}$

B) $\dfrac{2^9}{5}$

C) 2^8

D) 2^9

E) $\left(\dfrac{2^{58}}{10}\right)^{\frac{1}{3}}$

9. Dentre as alternativas a seguir, o numero inteiro mais próximo de $\sqrt[3]{2\sqrt{2}} + \sqrt[5]{4\sqrt{2}}$ é:

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5

10. Sendo n um quadrado perfeito, podemos afirmar que a expressão $\sqrt[\sqrt{n}]{n}$ é igual a:

A) $\sqrt{n}$

B) $\sqrt{n\sqrt{n}}$

C) $n\sqrt{n}$

D) $\sqrt[n]{n^{\sqrt{n}}}$

E) n

11 Fuvest. Dos números a seguir, o que está mais próximo de $\dfrac{(5,2)^4 \cdot (10,3)^3}{(9,9)^2}$ é:

A) 0,625
B) 6,25
C) 62,5
D) 625
E) 6250

12. Entre as alternativas a seguir, assinale a de maior valor:

A) 625^3
B) 36^6
C) 343^4
D) 2^{36}
E) 9^{12}

13 Mack. Qual o valor mais próximo de $\sqrt{\dfrac{0,04}{\sqrt{3}}}$?

A) 0,0015
B) 0,015
C) 0,15
D) 1,5
E) 15

14. Sabendo que $\log 2 = 0,3010$ e $\log 3 = 0,4771$, assinale a alternativa que apresenta o valor mais próximo do número real x tal que $2^x = 3$.

A) 1,2
B) 1,4
C) 1,6
D) 1,8
E) 1,9

15. Em que base o logaritmo de um inteiro N ≥ 2 é coincide com o próprio valor de N?

A) N
B) $\sqrt{N}$
C) $\sqrt[N]{N}$
D) N^N
E) $\dfrac{1}{N}$

16. Assinale a alternativa que apresenta uma expressão idêntica a $\log\left(\dfrac{a^2}{\sqrt{b}\cdot c^3}\right)$ quando a, b, e c são números reais e positivos:

A) $a^2 - \sqrt{b} + c^3$
B) $a^2 - \sqrt{b} - c^3$
C) $2a - \frac{1}{2}b + 3c$
D) $2a - \frac{1}{2}b - 3c$
E) $2\log a - \frac{1}{2}\log b - 3\log c$

17 Fuvest. O número x>1 tal que $\log_x 2 = \log_4 x$ é:

A) $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$
B) $2^{\sqrt{2}}$
C) $\sqrt{2}$
D) $2\sqrt{2}$
E) $4^{\sqrt{2}}$

18. Sendo x o número real tal que $(5\cdot 6^x - 4)^3 = 7$, então x é igual a:

A) $\log_6\left(\dfrac{\sqrt[3]{7}+4}{5}\right)$
B) $\log_3\left(\dfrac{\sqrt[6]{7}-5}{4}\right)$
C) $\sqrt[6]{\dfrac{\sqrt[3]{7}+4}{5}}$
D) $\log_{30}\left(\sqrt[3]{7}+4\right)$
E) $\dfrac{\sqrt[3]{7}+4}{30}$

19. Se h é o inverso de um número inteiro positivo, então a expressão $\dfrac{1/h}{\sqrt[1/h]{1/h}}$ é igual a:

A) h^h
B) h^{-h}
C) h
D) h^{1-h}
E) h^{h-1}

Desafios

20. Simplificando a expressão $\left(\dfrac{\sqrt[4]{ab}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt[4]{ab}}\right)^{-4}$ em que a e b são reais positivos e distintos obtemos:

A) $\dfrac{a}{b}$
B) $\dfrac{b}{a}$
C) $\sqrt{ab}$
D) $\sqrt[4]{ab}$
E) $\sqrt[4]{\dfrac{a}{b}}$

21 Puc-SP. Determine todos os possíveis números naturais **a**, **b** e **c** tais que:

$$\begin{cases} c^a = b^{2a} \\ 3^c = 3\cdot 9^a \\ a+b+c = 16 \end{cases}$$